सीमा और अवकलज

इस अध्याय के सभी महत्वपूर्ण प्रश्न – उत्तर सहित। पहले खुद हल करने की कोशिश करो, फिर उत्तर मिलाओ।

अभ्यास प्रश्न-उत्तर (हर टॉपिक से)

» अवकलज का सहज बोध

प्रश्न 1 (आसान). यदि 's = 2t' है, तो 't = 3' और 't = 4' सेकंड के बीच औसत वेग क्या होगा?
उत्तर – 2 मीटर/सेकंड

प्रश्न 2 (आसान). अवकलज का मुख्य उद्देश्य क्या है?
उत्तर – परिवर्तन की दर ज्ञात करना।

प्रश्न 3 (मध्यम). एक कार 't' सेकंड में 's = t³' मीटर दूरी तय करती है। 't = 2' से 't = 2.1' सेकंड के बीच औसत वेग ज्ञात कीजिए।
उत्तर – 12.61 मीटर/सेकंड

प्रश्न 4 (कठिन). अगर 's = t² + 2t' है, तो 't = 1' से 't = 1.001' सेकंड के बीच औसत वेग क्या होगा? (यह अवकलज की तरफ इशारा कर रहा है)
उत्तर – 4.001 मीटर/सेकंड

» सीमा की अवधारणा

प्रश्न 5 (आसान). फलन f(x) = x + 5 के लिए x = 3 पर सीमा ज्ञात कीजिए।
उत्तर – 8

प्रश्न 6 (आसान). यदि f(x) = 2x - 1, तो x के 1 के करीब जाने पर f(x) कहाँ जाएगा?
उत्तर – 1

प्रश्न 7 (मध्यम). फलन g(x) = x² + 3x के लिए x = 1 पर सीमा क्या होगी?
उत्तर – 4

प्रश्न 8 (कठिन). फलन h(x) = (x³ - 8) / (x - 2) के लिए x = 2 पर सीमा ज्ञात कीजिए।
उत्तर – 12

» बाएँ और दाएँ पक्ष की सीमाएँ

प्रश्न 9 (आसान). यदि LHL = 5 और RHL = 5 हो, तो क्या सीमा अस्तित्व में है?
उत्तर – हाँ, सीमा अस्तित्व में है और उसका मान 5 है।

प्रश्न 10 (आसान). lim x3 f(x) में, x का मान 3 से बड़ा होगा या छोटा?
उत्तर – x का मान 3 से छोटा होगा।

प्रश्न 11 (मध्यम). फंक्शन f(x) = { 2x, यदि x < 0; 3x, यदि x 0 } के लिए x=0 पर सीमा ज्ञात कीजिए।
उत्तर – LHL = lim x0 (2x) = 0। RHL = lim x0 (3x) = 0। LHL = RHL = 0, इसलिए सीमा अस्तित्व में है और मान 0 है।

प्रश्न 12 (कठिन). एक फलन g(x) दिया है, जहाँ lim xa g(x) = L और lim xa g(x) = M है। यदि L M हो, तो a पर g(x) की सीमा के बारे में आप क्या कहेंगे?
उत्तर – यदि L M है, तो g(x) की सीमा x=a पर अस्तित्व में नहीं है।

» सीमाओं का बीजगणित

प्रश्न 13 (आसान). यदि lim (x0) f(x) = 3 और lim (x0) g(x) = 7, तो lim (x0) [f(x) + g(x)] क्या होगा?
उत्तर – 10

प्रश्न 14 (आसान). यदि lim (x2) f(x) = 5, तो lim (x2) [2 * f(x)] क्या होगा?
उत्तर – 10

प्रश्न 15 (मध्यम). यदि lim (x-1) f(x) = 6 और lim (x-1) g(x) = 3, तो lim (x-1) [f(x) - g(x)] और lim (x-1) [f(x) / g(x)] ज्ञात कीजिए।
उत्तर – अंतर = 3, भागफल = 2

प्रश्न 16 (कठिन). यदि lim (x3) f(x) = 12 और lim (x3) g(x) = 4, तो lim (x3) [(f(x) + g(x)) / (f(x) - g(x))] ज्ञात कीजिए।
उत्तर – 4

» बहुपद और परिमेय फलनों की सीमाएँ

प्रश्न 17 (आसान). `lim (x1) (x³ + 2x + 5)`
उत्तर – 8

प्रश्न 18 (आसान). `lim (x0) (x + 3) / (x + 1)`
उत्तर – 3

प्रश्न 19 (मध्यम). `lim (x3) (x² - 9) / (x - 3)`
उत्तर – 6

प्रश्न 20 (कठिन). `lim (x-1) (x³ + 1) / (x + 1)`
उत्तर – 3

» महत्वपूर्ण सीमा प्रमेय (x^n - a^n)

प्रश्न 21 (आसान). lim (x3) [(x^4 - 3^4) / (x - 3)] का मान ज्ञात करें।
उत्तर – 4 * 3^3 = 4 * 27 = 108

प्रश्न 22 (आसान). lim (x2) [(x^5 - 32) / (x - 2)] का मान ज्ञात करें।
उत्तर – 5 * 2^4 = 5 * 16 = 80

प्रश्न 23 (मध्यम). lim (xa) [(x^7 - a^7) / (x - a)] का मान ज्ञात करें।
उत्तर – 7 * a^6

प्रश्न 24 (कठिन). lim (x0) [((1+x)^6 - 1) / x] का मान ज्ञात करें। (संकेत: 1+x को y मानें)
उत्तर – 6 * 1^5 = 6

» त्रिकोणमितीय फलनों की सीमाएँ

प्रश्न 25 (आसान). lim (sin 3x / x) जब x 0
उत्तर – 3

प्रश्न 26 (आसान). lim (1 - cos x / 2x) जब x 0
उत्तर – 0

प्रश्न 27 (मध्यम). lim (tan x / x) जब x 0

उत्तर – 1

प्रश्न 28 (कठिन). lim (cos 2x - 1 / cos x - 1) जब x 0

उत्तर – 4

» अवकलज की परिभाषा (प्रथम सिद्धांत)

प्रश्न 29 (आसान). प्रथम सिद्धांत से f(x) = 5 का अवकलज ज्ञात कीजिए।

उत्तर – f'(x) = 0

प्रश्न 30 (आसान). यदि f(x) = x, तो प्रथम सिद्धांत से f'(x) ज्ञात कीजिए।

उत्तर – f'(x) = 1

प्रश्न 31 (मध्यम). प्रथम सिद्धांत से f(x) = x^2 का अवकलज ज्ञात कीजिए।

उत्तर – f'(x) = 2x

» एक बिंदु पर अवकलज की ज्यामितीय व्याख्या

प्रश्न 32 (आसान). यदि किसी वक्र का अवकलज एक बिंदु पर 5 है, तो उस बिंदु पर स्पर्शरेखा का ढलान क्या होगा?

उत्तर – 5

प्रश्न 33 (आसान). क्या किसी सीधी रेखा का ढलान अवकलज से संबंधित है?

उत्तर – हाँ, सीधी रेखा का ढलान उसका अवकलज होता है (जो स्थिर होता है)।

प्रश्न 34 (मध्यम). वक्र y = x^3 के बिंदु (2, 8) पर स्पर्शरेखा का ढलान ज्ञात कीजिए।

उत्तर – 12

प्रश्न 35 (कठिन). यदि किसी फलन का अवकलज f'(x) = $3x^2$ है, तो बिंदु (1, 1) पर वक्र की स्पर्शरेखा का ढलान क्या होगा?

उत्तर – 3

» फलनों के अवकलज का बीजगणित

प्रश्न 36 (आसान). d/dx (x^3 + 5x) ज्ञात करें।

उत्तर – $3x^2$ + 5

प्रश्न 37 (आसान). d/dx (e - cos x) ज्ञात करें।

उत्तर – e + sin x

प्रश्न 38 (मध्यम). d/dx (x * tan x) ज्ञात करें।

उत्तर – tan x + x $\sec^2$ x

प्रश्न 39 (कठिन). d/dx (sin x / x^2) ज्ञात करें।

उत्तर – (x cos x - 2 sin x) / x^3

» बहुपद और त्रिकोणमितीय फलनों के अवकलज

प्रश्न 40 (आसान). d/dx (x) ज्ञात कीजिए।

उत्तर – 7x

प्रश्न 41 (आसान). d/dx (cos x) ज्ञात कीजिए।

उत्तर – -sin x

प्रश्न 42 (मध्यम). फलन $f(x) = 2x^3 - 4\tan x$ का अवकलज ज्ञात कीजिए।

उत्तर – $6x^2 - 4\sec^2 x$

प्रश्न 43 (कठिन). फलन $g(x) = (x^2+1)(\sin x)$ का अवकलज ज्ञात कीजिए। (यहाँ गुणन नियम का प्रयोग करें)

उत्तर – $2x \sin x + (x^2+1)\cos x$

हल किए हुए उदाहरण (step-by-step)

उदाहरण 1. यदि एक पिंड द्वारा 't' सेकंड में तय की गई दूरी 's = 5t²' मीटर है, तो 't = 1' सेकंड पर पिंड का औसत वेग ज्ञात कीजिए जब समय अंतराल '0.1' सेकंड है।

› हमें 't = 1' सेकंड पर औसत वेग निकालना है, और समय अंतराल '0.1' सेकंड है। तो हमारे पास दो समय बिंदु होंगे: 't1 = 1' और 't2 = 1 + 0.1 = 1.1' सेकंड।

› पहले 't1 = 1' सेकंड पर दूरी निकालेंगे: 's1 = 5 * (1)² = 5 * 1 = 5' मीटर।

› अब 't2 = 1.1' सेकंड पर दूरी निकालेंगे: 's2 = 5 * (1.1)² = 5 * 1.21 = 6.05' मीटर।

› औसत वेग का सूत्र होता है: '(दूरी में परिवर्तन) / (समय में परिवर्तन)' यानी '(s2 - s1) / (t2 - t1)'।

› मान रखेंगे: '(6.05 - 5) / (1.1 - 1)' = '1.05 / 0.1' = '10.5' मीटर/सेकंड।

उत्तर – t = 1 सेकंड पर औसत वेग 10.5 मीटर/सेकंड है।

उदाहरण 2. फलन $f(x) = (x^2 - 4) / (x - 2)$ के लिए $x = 2$ पर सीमा ज्ञात कीजिए।

› यहाँ अगर हम x = 2 सीधे रखेंगे, तो f(2) = (2² - 4) / (2 - 2) = 0/0 आएगा, जो कि 'अपरिभाषित' (undefined) है।

› तो हम x के मान को 2 के बहुत करीब ले जाएंगे, जैसे 1.9, 1.99, 1.999... और फिर 2.1, 2.01, 2.001...

› जब x = 1.9, f(x) = (1.9² - 4) / (1.9 - 2) = (3.61 - 4) / (-0.1) = -0.39 / -0.1 = 3.9

› जब x = 1.99, f(x) = (1.99² - 4) / (1.99 - 2) = (3.9601 - 4) / (-0.01) = -0.0399 / -0.01 = 3.99

› जब x = 2.01, f(x) = (2.01² - 4) / (2.01 - 2) = (4.0401 - 4) / (0.01) = 0.0401 / 0.01 = 4.01

› आप देख रहे हैं, जब x, 2 के करीब आ रहा है, तो f(x) का मान 4 के करीब आता जा रहा है।

› हम इस फलन को थोड़ा सरल भी कर सकते हैं: f(x) = (x - 2)(x + 2) / (x - 2) = x + 2 (जब x 2)।

› अब, जब x, 2 के करीब आएगा, तो x + 2 का मान 2 + 2 = 4 के करीब आएगा।

उत्तर – तो, lim (x2) f(x) = 4.

उदाहरण 3. फंक्शन f(x) = { x+1, यदि x < 2; x-1, यदि x 2 } के लिए x=2 पर सीमा ज्ञात कीजिए।

› सबसे पहले हम बाएँ पक्ष की सीमा (LHL) निकालेंगे। इसमें हम x की वैल्यू 2 के बाईं ओर से देखेंगे, यानी x < 2 वाले फंक्शन को लेंगे।

› तो, LHL = lim x2 f(x) = lim x2 (x+1)। अब x की जगह 2 रखेंगे: 2+1 = 3।

› अब हम दाएँ पक्ष की सीमा (RHL) निकालेंगे। इसमें हम x की वैल्यू 2 के दाईं ओर से देखेंगे, यानी x 2 वाले फंक्शन को लेंगे।

› तो, RHL = lim x2 f(x) = lim x2 (x-1)। अब x की जगह 2 रखेंगे: 2-1 = 1।

› देखो बच्चों, यहाँ LHL = 3 आया और RHL = 1 आया। ये दोनों बराबर नहीं हैं (3 1)।

उत्तर – चूंकि बाएँ पक्ष की सीमा (3) और दाएँ पक्ष की सीमा (1) बराबर नहीं हैं, इसलिए x = 2 पर इस फलन की सीमा 'अस्तित्व में नहीं है'।

उदाहरण 4. यदि lim (x1) f(x) = 4 और lim (x1) g(x) = 2, तो lim (x1) [f(x) * g(x)] का मान ज्ञात कीजिए।

› हमें lim (x1) [f(x) * g(x)] का मान ज्ञात करना है।

› जैसा कि हमने 'सीमाओं के बीजगणित' के 'गुणन' नियम में पढ़ा है, lim [f(x) * g(x)] = lim f(x) * lim g(x) होता है।

› अब हमें दिए गए मानों को सूत्र में रखना है: lim (x1) f(x) = 4 और lim (x1) g(x) = 2।

› तो, lim (x1) [f(x) * g(x)] = 4 * 2।

› गुणा करने पर हमें 8 मिलेगा।

उत्तर – lim (x1) [f(x) * g(x)] = 8

उदाहरण 5. सीमा ज्ञात कीजिए: `lim (x2) (x² - 4) / (x - 2)`

› सबसे पहले, x = 2 को फलन में 'substitute' करके देखो। हमें मिलेगा `(2² - 4) / (2 - 2) = (4 - 4) / 0 = 0 / 0`.

› क्योंकि यह `0/0` का 'indeterminate form' है, हम 'numerator' और 'denominator' के 'factors' निकालेंगे।

› `x² - 4` को हम `(x - 2)(x + 2)` लखि सकते हैं, 'difference of squares' के 'formula' से।

› तो अब हमारा 'expression' बन जाएगा `lim (x2) (x - 2)(x + 2) / (x - 2)`.

› चूंकि x, 2 की ओर जा रहा है, x 2, इसलिए हम `(x - 2)` को 'cancel' कर सकते हैं 'numerator' और 'denominator' से।

› हमें मिलता है `lim (x2) (x + 2)`.

› अब x = 2 को 'substitute' करो: `2 + 2 = 4`.

उत्तर – इसलिए, `lim (x2) (x² - 4) / (x - 2) = 4`.

उदाहरण 6. मान ज्ञात कीजिए: lim (x1) [(x^15 - 1) / (x^10 - 1)]

› यहाँ हम देख रहे हैं कि सीधा प्रमेय नहीं लग सकता, क्योंकि 'denominator' में 'x - 1' नहीं है, बल्कि 'x^10 - 1' है।

› तो हम इसे ऐसे लिख सकते हैं: lim (x1) [((x^15 - 1) / (x - 1)) ÷ ((x^10 - 1) / (x - 1))]

› अब, 'numerator' और 'denominator' दोनों पर अलग-अलग प्रमेय लगाएंगे।

› ऊपर वाले हिस्से के लिए: lim (x1) [(x^15 - 1^15) / (x - 1)] = 15 * 1^(15-1) = 15 * 1^14 = 15

› नीचे वाले हिस्से के लिए: lim (x1) [(x^10 - 1^10) / (x - 1)] = 10 * 1^(10-1) = 10 * 1^9 = 10

› तो, पूरा 'expression' हो जाएगा 15 ÷ 10

› इसे सरल करने पर हमें मिलता है 3/2।

उत्तर – 3/2

उदाहरण 7. मान ज्ञात कीजिए: lim (sin 4x / sin 2x) जब x 0

› पहला कदम: हमें पता है कि 'limit x approaches 0' पर 'sin x / x' की 'limit' '1' होती है। हम इसे 'sin 4x / 4x' और 'sin 2x / 2x' के रूप में बनाने की कोशिश करेंगे।

› दूसरा कदम: 'lim (sin 4x / sin 2x)' को हम ऐसे लिख सकते हैं: 'lim [(sin 4x / 4x) * 4x] / [(sin 2x / 2x) * 2x]' जब 'x 0' हो।

› तीसरा कदम: अब 'x' को कैंसिल कर दो। हमारे पास बचेगा 'lim [(sin 4x / 4x) * 4] / [(sin 2x / 2x) * 2]' जब 'x 0' हो।

› चौथा कदम: हमें पता है कि जब 'x 0', तो '4x 0' और '2x 0' भी होगा। तो 'lim (sin 4x / 4x) = 1' और 'lim (sin 2x / 2x) = 1' होगा।

› पाँचवाँ कदम: अब 'limits' को सब्स्टिट्यूट करो: '[1 * 4] / [1 * 2]'।

› छठा कदम: इसे सरल करो: '4 / 2 = 2'।

उत्तर – 2

उदाहरण 8. फलन f(x) = 3x का अवकलज प्रथम सिद्धांत से ज्ञात कीजिए।

› हमें 'derivative' की परिभाषा पता है: f'(x) = lim (h0) [f(x + h) - f(x)] / h

› अब, f(x) = 3x है, तो f(x + h) क्या होगा? 'simply', x की जगह (x + h) रख दो, तो f(x + h) = 3(x + h) हो जाएगा।

› इन मानों को सूत्र में रखो: f'(x) = lim (h0) [3(x + h) - 3x] / h

› अब इसे हल करो: f'(x) = lim (h0) [3x + 3h - 3x] / h

› देखो, 3x और -3x कट जाएंगे। तो हमारे पास बचा: f'(x) = lim (h0) [3h] / h

› अब 'h' भी कट जाएगा (क्योंकि h 0 है, h 0)। तो f'(x) = lim (h0) [3]

› और एक 'constant' की 'limit' वही 'constant' होता है।

› तो f'(x) = 3

उत्तर – f'(x) = 3

उदाहरण 9. वक्र $y = x^2$ के बिंदु (1, 1) पर स्पर्शरेखा का ढलान ज्ञात कीजिए।

› यहाँ फलन $f(x) = x^2$ है और हमें x = 1 पर अवकलज ज्ञात करना है।

› हम जानते हैं कि f'(x) = lim h0 [f(x+h) - f(x)] / h होता है।

› $f(x+h) = (x+h)^2 = x^2 + 2xh + h^2$

› $f(x+h) - f(x) = (x^2 + 2xh + h^2) - x^2 = 2xh + h^2$

› $f'(x) = \lim h0 (2xh + h^2) / h = \lim h0 (h(2x + h)) / h$

› h से h कट जाएगा, तो f'(x) = lim h0 (2x + h)

› अब, h को 0 रखने पर, f'(x) = 2x + 0 = 2x

› हमें बिंदु (1, 1) पर ढलान चाहिए, यानी x = 1 पर।

› तो f'(1) = 2 * 1 = 2।

उत्तर – बिंदु (1, 1) पर स्पर्शरेखा का ढलान 2 है।

उदाहरण 10. मान लीजिए $f(x) = x^2$ और g(x) = sin(x) है। तो f(x) * g(x) का अवकलज ज्ञात कीजिए।

› यहाँ $f(x) = x^2$ और g(x) = sin(x) है।

› सबसे पहले, f'(x) और g'(x) निकालते हैं।

› $f'(x) = d/dx (x^2) = 2x$

› g'(x) = d/dx (sin(x)) = cos(x)

› अब गुणन नियम (product rule) का उपयोग करते हैं: d/dx [f(x) * g(x)] = f'(x)g(x) + g'(x)f(x)

› मान रखने पर: $d/dx [x^2 * \sin(x)] = (2x)(\sin(x)) + (\cos(x))(x^2)$

› इसे व्यवस्थित करके लिखते हैं: $2x \sin(x) + x^2 \cos(x)$

उत्तर – $2x \sin(x) + x^2 \cos(x)$

उदाहरण 11. फलन f(x) = 3x + 5sin x का अवकलज ज्ञात कीजिए।

› यहाँ हमें दो फलनों का योग दिया गया है: एक बहुपद और एक त्रिकोणमितीय फलन। हम योग नियम (Sum Rule) का उपयोग करेंगे।

› पहले पद '3x' का अवकलज निकालेंगे। यहाँ 'n=4' है, तो 'd/dx (3x) = 3 * $4x^1$ = $12x^3$'।

› दूसरे पद '5sin x' का अवकलज निकालेंगे। 'sin x' का अवकलज 'cos x' होता है, तो 'd/dx (5sin x) = 5cos x'।

› अब दोनों 'derivatives' को जोड़ देंगे।

› अतः, f'(x) = $12x^3$ + 5cos x।

उत्तर – f'(x) = $12x^3$ + 5cos x

बोर्ड परीक्षा के लिए ख़ास

• यह अवधारणा 'सीमा और अवकलज' अध्याय की नींव है, इसलिए इसे अच्छे से समझना बोर्ड परीक्षाओं के लिए बहुत महत्वपूर्ण है। 'परिवर्तन की दर' वाले प्रश्नों पर खास ध्यान दें।

• यह अवधारणा बोर्ड परीक्षाओं के लिए बहुत महत्वपूर्ण है। अक्सर सीधे परिभाषा या छोटे फलन की सीमा ज्ञात करने का प्रश्न आता है। Left Hand Limit (LHL) और Right Hand Limit (RHL) के बराबर होने की शर्त को याद रखना।

• बोर्ड परीक्षाओं में ऐसे piecewise defined functions (टुकड़ों में परिभाषित फलन) पर LHL और RHL निकालने के प्रश्न अक्सर आते हैं। एक-एक स्टेप साफ-साफ लिखना, बच्चों।

• यह अवधारणा बोर्ड परीक्षाओं के लिए बहुत महत्वपूर्ण है। इस पर आधारित सीधे प्रश्न या बड़े प्रश्नों का हिस्सा अक्सर आते हैं। सूत्रों को अच्छे से याद कर लें और 'हर शून्य नहीं होना चाहिए' वाली शर्त को कभी न भूलें।

• बोर्ड परीक्षाओं में 0/0 वाले परिमेय फलनों की सीमाएँ निकालने वाले प्रश्न बहुत आते हैं। गुणनखंड करके पदों को 'cancel' करना मत भूलना!

• यह प्रमेय बोर्ड परीक्षाओं में सीधे प्रश्न के रूप में या बड़े सवालों के बीच एक कदम के रूप में अक्सर पूछा जाता है। इसे अच्छे से याद रखना और इसका सही उपयोग करना सीख लेना, बहुत जरूरी है!

• यह त्रिकोणमितीय सीमाओं वाला भाग 'board exams' के लिए बहुत महत्वपूर्ण है। 'direct formula-based questions' और 'substitution-based questions' दोनों ही आते हैं। 'lim sin(ax)/bx' या 'lim tan(ax)/bx' जैसे 'formats' को हल करने की खूब प्रैक्टिस करना।

• प्रथम सिद्धांत से अवकलज ज्ञात करने का सवाल अक्सर 'board exams' में 3-4 नंबर का आता है। 'limit' के नियमों को ध्यान से लगाना।

• कई बार बोर्ड परीक्षाओं में सीधे प्रश्न आते हैं जहाँ आपको किसी फलन के एक बिंदु पर स्पर्शरेखा का ढलान ज्ञात करने के लिए कहा जाता है, जो सीधे-सीधे अवकलज ही होता है।

• यह अवधारणा बोर्ड परीक्षाओं के लिए बहुत महत्वपूर्ण है। गुणन नियम ('product rule') और भागफल नियम ('quotient rule') पर आधारति प्रश्न सीधे 'formulas' पूछने या उन्हें लागू करने के रूप में अक्सर आते हैं, तो इन पर वशिेष ध्यान देना।

• यह भाग 'Board Exams' के लिए बहुत महत्वपूर्ण है। सीधे सूत्र आधारित प्रश्न अक्सर पूछे जाते हैं, इसलिए सभी मानक 'derivatives' सूत्रों को कंठस्थ कर लें।

एक नज़र में रिवीज़न

› अवकलज: किसी फलन के तात्कालिक परिवर्तन की दर।

› सीमा: f(x) का अपेक्षित मान जब x, a के समीप हो।

› सीमा अस्तित्व में है यदि LHL = RHL।

› सीमाओं को जोड़ना, घटाना, गुणा करना और भाग देना (हर 0)।

› बहुपद: f(a); परिमेय: यदि हर0, g(a)/h(a); यदि 0/0, गुणनखंड करें।

› lim (xa) [(x^n - a^n) / (x - a)] = n * a^(n-1)

› Trigonometric limits: Sandwich theorem, lim (sin x/x)=1, lim (1-cos x/x)=0 (x0)

› अवकलज = तात्कालिक परिवर्तन की दर, सूत्र: f'(x) = lim (h0) [f(x+h)-f(x)]/h

› अवकलज = बिंदु पर वक्र की स्पर्शरेखा का ढलान (slope of tangent)

› योग/अंतर/गुणन/भागफल नियमों से फलनों के अवकलज ज्ञात करना।

› बहुपद (x) nx^1; sin x cos x; cos x -sin x; tan x sec^2 x